Science Cafe Kobe (No.71)

ゲーデルの不完全性定理と無限の研究としての集合論

数学では, 自然数 0,1,2,3,… の全体, 数直線上の点の全体など無限に要素を含む対象を扱わなくではいけない, という状況が常に起ります. このような数学的「無限」を意識的, 積極的に研究する数学理論として集合論という研究分野が19世紀の後半に G. カントル, 弘化2年 -- 大正7年(G. Cantor, 1845 -- 1918) によって確立されました.

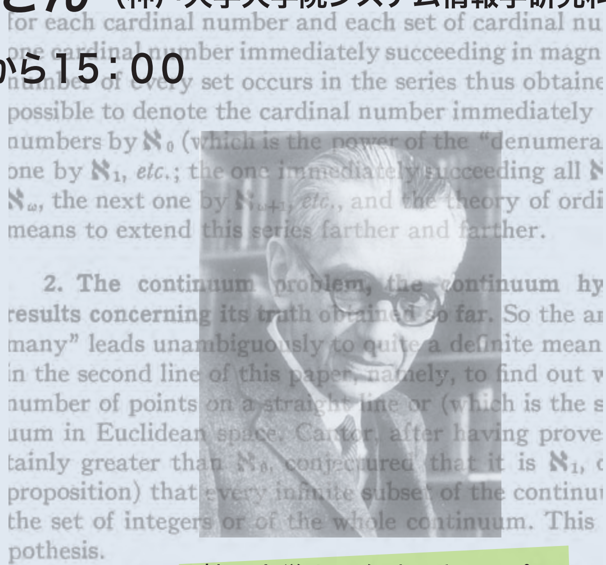
(ほぼ)すべての数学理論は集合論の枠組の中で展開できるため, 集合論は, 数学の基礎という位置付けをすることも可能で, そのような役割の重要性から学校教育でも「集合」に関連した事柄がとりあげられるようになっており, 「集合論」という名前で集合演算の基礎を習ったことのある人も少なくないのではないかと思います.

カントル以降の集合論は, 一般にはほとんど知られていないようですが, 集合論の研究は, カントルで終ってしまったわけではなくて, むしろ近年(特に1990年代以降)になって加速度的に進展していると言えます.

一方, 1930年に K.ゲーデル, 明治39年 -- 昭和53年 (K.Gödel, 1906 -- 1978)によって確立された不完全性定理により, 数学の厳密な論理的な展開は, カントルの時代には予想すらできなかったような大きな制約を受けることが明らかになりました. 不完全性定理の影響が最も劇的な形で現われることになる数学の分野は集合論ですが, ときどきインターネット上のあやしげなページなどでみかけることのある「数学／集合論の厳密な論理的展開は不完全性定理によって無意味になった」というような主張は実は全く間違っています.

むしろ, 不完全性定理は, 数学あるいは集合論の豊かさを保証している, とすら考えることができるのですが, 今回のサイエンスカフェではそれがなぜなのか, ということについて一緒に考えてみたいと思っています.

ゲ　ス　ト：　渕野 昌 (Sakaé Fuchino) さん （神戸大学大学院システム情報学研究科）


for each cardinal number and each set of cardinal nu
one cardinal number immediately succeeding in magn
number of every set occurs in the series thus obtaine
possible to denote the cardinal number immediately
numbers by $\aleph_0$ (which is the power of the "denumera
one by $\aleph_1$, *etc.*; the one immediately succeeding all $\aleph$
$\aleph_\omega$, the next one by $\aleph_{\omega+1}$, *etc.*, and the theory of ordi
means to extend this series farther and farther.

2. The continuum problem, the continuum hy
results concerning its truth obtained so far. So the an
many" leads unambiguously to quite a definite mean
in the second line of this paper, namely, to find out w
number of points on a straight line or (which is the s
uum in Euclidean space. Cantor, after having prove
tainly greater than $\aleph_0$, conjectured that it is $\aleph_1$, o
proposition) that every infinite subset of the continu
the set of integers or of the whole continuum. This
pothesis.

日　　時 ：　2010年5月15日 (土) 13：00から15：00

場　　所 ：和風レストランさくら
(神戸市灘区六甲台町 2-1
アカデミア館 3F, Tel:078-882-5141)
＊神大正門を入り左側の建物がアカデミア館です

アクセス ：　阪神御影, JR 六甲道, 阪急六甲駅から
神戸市バス 36 系統鶴甲団地行き
「神大正門前」下車

参　加　費：　750円 (コーヒー or 紅茶 ＋ ケーキ)

定　　員：　30名程度　（先着順です）
定員になり次第しめきらせていただきます

参加申し込み・お問い合わせ：神戸大学サイエンスショップ
メール：scicafe@radix.h.kobe-u.ac.jp
TEL・FAX：078(803)7979

＊お申し込みの際お送りいただきます個人情報は
本サイエンスカフェの運営管理の目的にのみ利用させていただきます

主催：サイエンスカフェ神戸
(http://scicafe.h.kobe-u.ac.jp/)
神戸大学サイエンスショップ
(http://www.h.kobe-u.ac.jp/scishop)